OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA JUDEȚEANĂ SUCEAVA 12 MARTIE 2011

CLASA a VI-a

1. a) Fie p un număr prim mai mare decât 6. Aflați ultima cifră a lui p^4.

b) Aflați numerele prime p şi q ştiind că $p^4+q^4=29186$.

2. Fie x, y, z numere raționale pozitive astfel încât $\frac{2x}{3y+4z}=\frac{3y}{2x+4z}=\frac{4z}{2x+3y}$. Calculați:

$$(x+3y+2z)\cdot\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{3y}+\frac{1}{2z}\right).$$

3. Se consideră triunghiurile dreptunghice ΔABC $(AB<BC)$ şi ΔADC astfel încât $m(\angle ABC)=90^\circ$, $m(\angle ADC)=90^\circ$, B şi D de o parte şi de alta a dreptei AC şi $[AB]\equiv[CD]$. Dacă $BM\perp AC$, $M\in AC$ şi $m(\angle ABD)=60^\circ$, demonstrați că $[BM$ este bisectoarea $\angle ABD$.

4. Fie triunghiul *ABC* si punctele $M\in(AB)$, $P\in(AC)$ astfel încât $[BM]\equiv[CP]$. Dacă punctul *Q* este simetricul lui *P* fată de mijlocul *E* al segmentului $[BC]$, să se arate că:

a) unghiurile *ABQ* si *BAC* sunt suplementare;

b) dreapta determinată de mijloacele segmentelor $[BC]$ si $[MP]$ este paralelă cu bisectoarea unghiului *BAC*.

Notă: 1. Toate subiectele sunt obligatorii.
2. Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7.
3. Timp de lucru 3 ore.